

Ime i prezime:

br. indeksa :

1. [1 poen] Funkcija  $f(z) = 2\operatorname{Re}\{z\} + i3\operatorname{Im}\{z\}$  je definisana za  $z \in \dots\dots\dots$ , neprekidna za  $z \in \dots\dots\dots$ , diferencijabilna za  $z \in \dots\dots\dots$  i analitička za  $z \in \dots\dots\dots$
  
2. [ $\frac{1}{2}$  poena] Da li je  $f(z) = z^2 + 1$  analitička u tački  $z = \infty$ ?
  
3. [1 poen] Da li postoji funkcija  $f : D \rightarrow \mathbf{C}$ ,  $D \subseteq \mathbf{C}$ , koja je analitička na  $D$ , a  $f''(z)$  ima prekid u tački  $z_0 \in D$ ?  
Obrazložiti.
  
4. [1 poen] Funkcija  $f : D \rightarrow \mathbf{C}$ ,  $D \subseteq \mathbf{C}$ , ima singularitet u tački  $z_0 \in D$  ako i samo ako .....  
Navesti neke tipove singularitete.....  
Prirodna granica funkcije  $f$  je .....
  
5. [1 poen] Ako je  $f(z) = P(x, y) + i(e^x \sin y)$  analitička funkcija takva da je  $f(0) = 2$ , naći  $P(x, y)$ .
  
6. a. [1 poen] Kružnica  $z(\varphi) = (1 + i) + \sqrt{2}e^{i\varphi}$ ,  $\varphi \in \dots\dots\dots$ , ima centar u tački  $z_0 = \dots$  i poluprečnik  $r = \dots\dots\dots$ .  
Napisati je u obliku  $Az\bar{z} + \alpha z + \bar{\alpha}\bar{z} + B = 0$ .
  
- b. [1 poen] Inverzijom preslikati unutrašnjost date kružnice.
  
7. [1 poen] Definicija funkcija  $\operatorname{Ln}(z)$  i  $\ln(z)$ .
  
8. [1 poen] Izračunati  $(1 - i)^{(1+i)}$ .

9. [1 poen] Funkcija  $\frac{1 - \cos z}{z}$ , u tački  $z = 0$  ima singularitet tipa ..... U tački 0 naći (Tejlorov / Loranov) - zaokružiti tačan odgovor u zagradi.
10. [ $\frac{1}{2}$  poena] Linearno preslikavanje  $f(z) = \dots\dots\dots$  predstavlja kompoziciju sledećih transformacija:.....
11. [1 poen] Naći  $\int_L (Re\{z\} + z)dz$ , ako je  $L$  duž od tačke  $(0, 0)$  do  $(1, 2)$ .
12. [1 poen] Korišćenjem Košijevih integralnih formula, naći  $\oint_L \frac{\sin z dz}{(z + 2i)^4}$ , gde je  $L : |z| = r, r \neq 2$ .
13. [1 poen] Naći  $Res[f, 1]$  ako je  $f(z) = e^{\frac{1}{(z-1)^2}}$ .
14. a. [1 poen] Sumirati redove  $\sum_{n=0}^{\infty} z^n$  i  $\frac{1}{1-i} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{z-i}{1-i}\right)^n$  i odrediti njihove oblasti konvergencije.
- b. [1 poen] Da li funkcije  $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} z^n$  i  $g(z) = \frac{1}{1-i} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{z-i}{1-i}\right)^n$  predstavljaju analitičko produženje jedna drugoj?